Solution # 3 — 1/7/54

① $T = 273 + 33 = 306 \text{ K}$

$T_0 = 273 + 20 = 293 \text{ K}$

$e = 0.97$

$A = 1.5 \text{ m}^2$

$$\boxed{I_T = e\sigma(T^4 - T_0^4)} \rightarrow T > T_0$$

$$= (0.97)(5.67\times10^{-8} \text{ J/s.m}^2\text{K}^4)(306^4 - 293^4 \text{ K}^4)$$

$$= 76.87 \text{ J/s.m}^2$$

อัตราการแผ่พลังงานรังสีความร้อน ; $E = I_T A$

$$= (76.87 \text{ J/s.m}^2)(1.5 \text{ m}^2)$$

$$= 115.31 \text{ J/s or W} \; ※$$

---

② $\lambda_{max} = 500\times10^{-9} \text{ m}$

$$\boxed{\lambda_{max} T = 2.898\times10^{-3} \text{ m.K}}$$

$$T = \frac{2.898\times10^{-3} \text{ m.K}}{T}$$

$$= \frac{2.898\times10^{-3} \text{ m.K}}{500\times10^{-9} \text{ m}} = 5796 \text{ K} \; ※$$

---

③ $E = 100 \text{ W or J/s}$

$l = 30 \text{ cm} = 0.30 \text{ m}$

$d = 0.4 \text{ mm} \Rightarrow r = 0.2 \text{ mm} = 0.2\times10^{-3} \text{ m}$

$e = 0.26$

$A = (2\pi r)l$

$= (2\pi \times 0.2\times10^{-3} \text{ m})(0.30 \text{ m})$

$= 3.77\times10^{-4} \text{ m}^2$

a) อัตราการแผ่พลังงานรังสีความร้อน ; $\boxed{E = I_T A}$ W or J/s

$$\boxed{I_T = e\sigma T^4} \Rightarrow E = (e\sigma T^4)A$$

$$T = \left(\frac{E}{e\sigma A}\right)^{1/4}$$

$$= \left(\frac{100 \text{ J/s}}{(0.26)(5.67\times10^{-8} \text{ J/s.m}^2\text{K}^4)(3.77\times10^{-4}}\right)^{1/4}$$

$$= 2059.56 \text{ K} \; ※$$

b) $\lambda_{max} T = 2.898\times10^{-3} \text{ m.K}$

$$\lambda_{max} = \frac{2.898\times10^{-3} \text{ m.K}}{2059.56 \text{ K}} = 1.407\times10^{-6} \text{ m} = 1.407 \; \mu\text{m} \; ※$$

c) หลอดไฟแทนแกตรงกะเชนที่ในระเปล่งช่วงของแสง แต่เมื่อหาความยาวคลื่นแต่ความยาวคลื่นที่แผ่รังสีสูงสุด คือ 1.407 μm อยู่ในช่วง อินฟราเรด ซึ่งเป็นคลื่นรังสีความร้อน ※

④ $I = e\sigma T^4$

$Area_{sun} = 4\pi R_s^2$

$Area_{earth} = 4\pi r^2$

$r = 1.4\times10^{11}$ m

$R_s = 1.5\times10^{9}$ m

$I_{earth} = 1.4\times10^{3}$ J/m²

กรณีที่ Sun เป็นวัตถุดำ ($e=1$)

$I_{sun} = e\sigma T^4$

พลังงานความร้อนที่แผ่จากดวงอาทิตย์ ; $E_{sun} = I_{sun}(Area_{sun})$

" ———— โลกได้รับ ; $E_{earth} = I_{earth}(Area_{earth})$

ตามหลักการที่พลังงาน $E_{sun} = E_{earth}$

$$I_{sun}(4\pi R_s^2) = I_{earth}(4\pi r^2)$$

$$I_{sun} = I_{earth}\frac{(4\pi r^2)}{(4\pi R_s^2)}$$

$$e\sigma T^4 = I_{earth}\left(\frac{r^2}{R_s^2}\right)$$

$$T = \left[\frac{I_{earth}}{\sigma}\left(\frac{r^2}{R_s^2}\right)\right]^{1/4}$$

$$T = \left[\frac{(1.4\times10^{3}\ J/m^2)}{(5.67\times10^{-8}\ J/s.m^2K^4)}\left(\frac{(1.4\times10^{11}\ m)^2}{(1.5\times10^{9}\ m)^2}\right)\right]^{1/4}$$

$$= 3829\ K$$ ※

อัตราการแผ่รังสีความร้อนของดวงอาทิตย์ ; $I_{sun} = e\sigma T^4$

$$= (1)(5.67\times10^{-8}\ J/s.m^2K^4)(3829\ K)^4$$

$$= 1.22\times10^{7}\ J/s.m^2$$ ※

5) Planck's Formular For Blackbody Radiation

$$u(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5}\left(\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}\right)d\lambda$$

กรณีที่ ความยาวคลื่น (λ) ค่าสูงๆ และ อุณหภูมิของวัตถุดำ (T) มีค่ามาก

ทำให้ $\frac{hc}{\lambda kT} \ll 1$; ดังนั้น เทอม $e^{hc/\lambda kT}$ สามารถเขียนลดรูปได้

จากการกระจาย $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \Rightarrow e^{hc/\lambda kT} = 1 + \frac{hc}{\lambda kT} + \dots$

ตัดเศษ: 2 เทอมแรกของการกระจาย ; $e^{hc/\lambda kT} = 1 + \frac{hc}{\lambda kT}$ $\left(\frac{hc}{\lambda kT} \ll 1\right)$

ดังนั้น $$u(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5}\left(\frac{1}{1+hc/\lambda kT - 1}\right)d\lambda$$

$$= \frac{8\pi \lambda kT}{\lambda^5}d\lambda = \frac{8\pi kT}{\lambda^4}d\lambda$$

เขียน $\lambda = \frac{c}{\nu}$ และ $d\lambda = -\frac{c}{\nu^2}d\nu$;

$$u(\nu)d\nu = -\frac{8\pi kT}{(c/\nu)^4}\left(\frac{c}{\nu^2}\right)d\nu$$

เครื่องหมาย (-) ในสมการ แสดงถึง
อัตราการเปลี่ยนแปลงที่ ลดลง สามารถตัดทิ้งได้
(เมื่อ λ ↑ ν ↓)

$$\therefore u(\nu)d\nu = \frac{8\pi \nu^2 kT}{c^3}d\nu \quad *$$

↳ Rayleigh - Jean Formular.