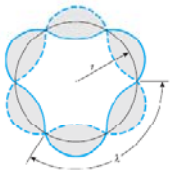
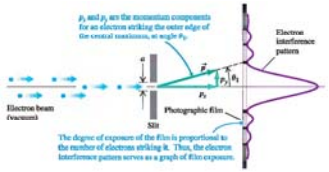
PHYS3408 Modern Physics

ฟิสิกส์แผนใหม่



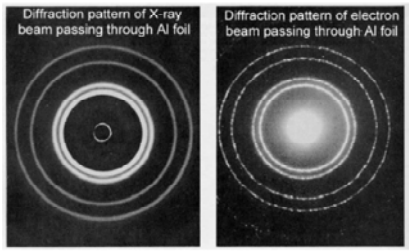


บรรยายครั้งที่ 5

29 กรกฎาคม 2554

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

- ทวิภาพของคลื่นและอนุภาค
- สมมติฐานของเดอบรอยล์
- หลักความไม่แน่นอนของไฮนเซนเบิร์ก



ดร.ภาณุวัฒน์ ชิมะลาวงศ์

ห้องพัก 2642 อาคาร 26 โทร 0-2942-6900-99 ต่อ 5018

Website: http://p-chimalawong.freevar.com/page/teaching.html

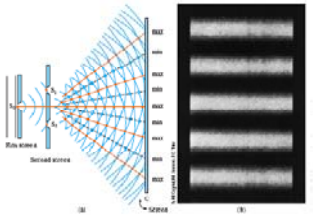
e-mail: p.chimalawong@gmail.com

Wave Properties of Particles

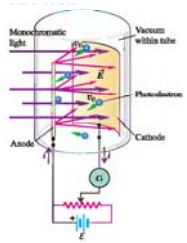
คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

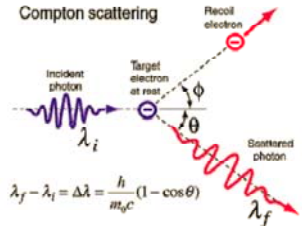
ทวิภาพของคลื่นและอนุภาค

ในปัจจุบัน เรากล่าวว่า “แสงมีลักษณะธรรมชาติเป็นทวิภาค” คือมีคุณสมบัติเป็นได้ทั้งคลื่นและอนุภาค เรียกลักษณะดังกล่าวว่า ทวิภาพของคลื่นและอนุภาค



- การแผ่รังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีสองลักษณะ คือ ในรูปแบบของคลื่น และรูปแบบของอนุภาค
- ปรากฏการณ์การแทรกสอดและการเลี้ยวเบนแสดงถึงธรรมชาติเชิงคลื่นของการแผ่รังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า
- ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็คทริกและปรากฏการณ์คอมป์ตันแสดงถึงธรรมชาติเชิงอนุภาคของการแผ่รังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า





Wave Properties of Particles

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

สมมติฐานของเดอบรอยล์ (De Broglie’s hypothesis)

ปี 1924 Louis Vitor De Broglie ได้เสนอว่า เมื่อคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีคุณสมบัติเป็นอนุภาคได้ อนุภาคก็ควรมีสมบัติความเป็นคลื่นได้เช่นกัน

เรียกคลื่นของอนุภาคว่า *คลื่นเดอบรอยล์*

ความยาวคลื่น De Broglie’s

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$h = 6.626\times10^{-34}$ J·s

$$p = \frac{h}{\lambda} = m v$$

$$\lambda = \frac{h}{m v}$$

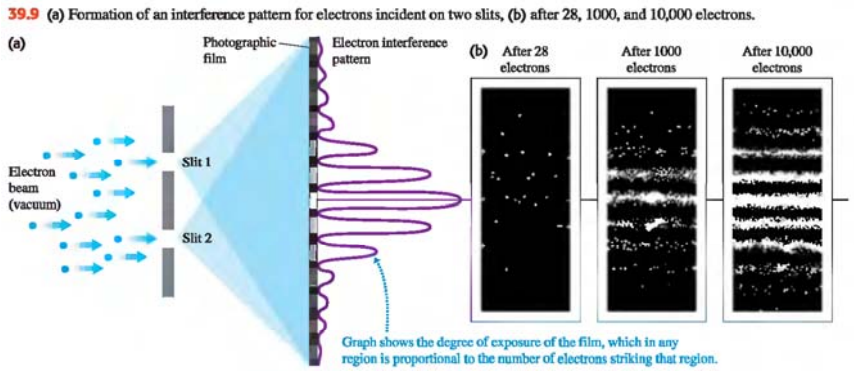
สิ่งใดที่แสดงสมบัติคู่เป็นได้ทั้งคลื่นและอนุภาค เรียกว่ามี *ทวิภาพของคลื่นและอนุภาค*

Wave Properties of Particles

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

สมมติฐานของเดอบรอยล์ (De Broglie’s hypothesis)

จากการสังเกต พบว่า เมื่อยิงอิเล็กตรอนผ่านสลิต แล้วนำฉากไปรับ จะเกิดเป็นแถบมืด และแถบสว่างคล้ายกับ ลักษณะของการเลี้ยวเบน และการแทรกสอดในการที่จะอธิบายปรากฏการณ์ดังกล่าว



Wave Properties of Particles

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

สมมติฐานของเดอบรอยล์ (De Broglie's hypothesis)

ปัญหา (1) คือ **วัดความยาวคลื่นของอิเล็กตรอนได้อย่างไร?**

⇓

วัดการเลี้ยวเบน (Diffraction) ผ่านช่องเปิด

⇓

ลวดลายการเลี้ยวเบนของอิเล็คตรอน

ปัญหา (2) คือ **แล้วจะหาช่องเปิดเล็กๆ ให้กับอิเล็กตรอนได้อย่างไร?**

⇓

ใช้อะตอมเองเสียเลย

⇓

อะตอมในผลึก (crystal) อันเป็นระเบียบ

ทดลองคล้ายๆ กับการเลี้ยวเบนรังสีเอ็กซ์

⇒ (X-ray diffraction)

Wave Properties of Particles

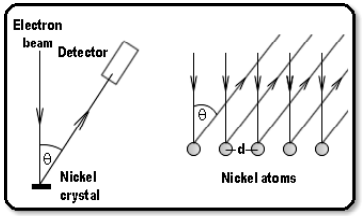
คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

การทดลองที่ยืนยันสมมุติฐานของ เดอ บรอยล์ (De Broglie)

1.การทดลองของ Davission และ Germer (1927)

ทดสอบการเลี้ยวเบนโดยการยิงอิเล็กตรอนใส่ผลึกนิกเกิล (Nickle crystal)

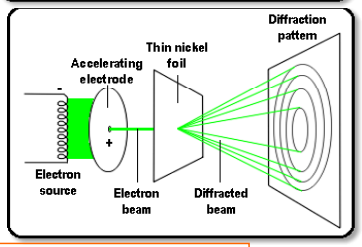
$$2\,d\ sin\ \theta = m\lambda$$



2.การทดลองของ G.P. Thomson

ทดสอบการเลี้ยวเบนโดยการยิง อิเล็กตรอนใส่แผ่นอลูมิเนียมบาง

$$m\lambda = D\ sin\ \theta$$

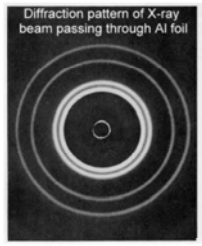


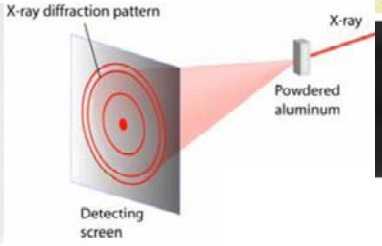
การทดลองทั้งสองพบว่าอิเล็กตรอนมีสมบัติการเลี้ยวเบนคล้ายกับรังสีเอ็กซ์มาก และความยาวคลื่นของลำอิเล็กตรอนก็ตรงกับที่คำนวณได้จากสมการ $\lambda = h/p$ ด้วย

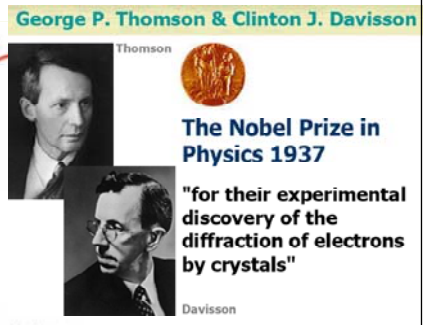
Wave Properties of Particles

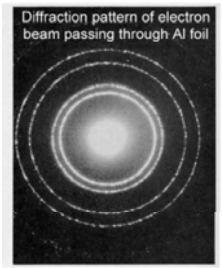
คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

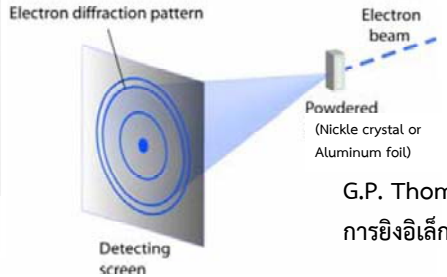
สมมติฐานของเดอบรอยล์ (De Broglie's hypothesis)











G.P. Thomson ทดสอบการเลี้ยวเบน โดยการยิงอิเล็กตรอนใส่แผ่นอลูมิเนียมบาง

Wave Properties of Particles

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

ย้อนกลับมาที่แบบจำลองอะตอมของ Bohr

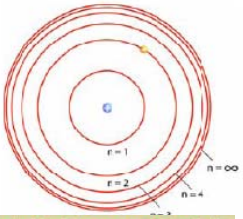
1) "สมมติว่า" มี stationary states หรือมีระดับพลังงานเป็นขั้นๆ

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2}\ \text{eV}$$

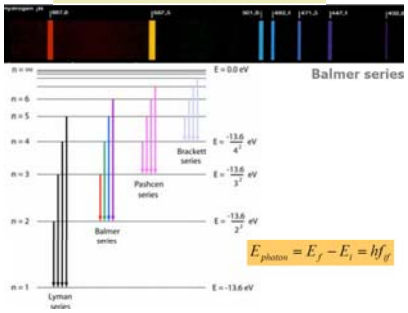
$n =$ quantum number

2) สมมติว่า "การดูดกลืน/ปลดปล่อยพลังงาน" เกิดขึ้นระหว่าง stationary states เหล่านี้ในรูปของ photon โดยพลังงานของ photo ก็คือผลต่างของระดับพลังงานนั่นเอง

$$E_{photon} = E_f - E_i = hf_{if}$$



Bohr's Atomic Model



3) กำหนดให้โมเมนตัมเชิงมุมของอิเล็กตรอนวงที่ n; $L_n = mv_n r_n = n\frac{h}{2\pi}$ (quantization of angular momentum)

Wave Properties of Particles

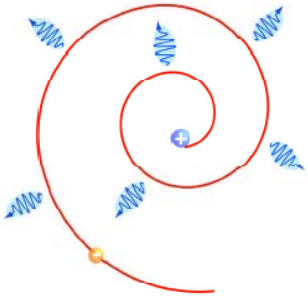
คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

ปัญหาของแบบจำลองอะตอมของ Bohr

Bohr สามารถอธิบาย line spectra ของอะตอมไฮโดรเจนได้ แต่ปัญหาของแบบจำลองอะตอมของ Bohr คือ

1) การที่เขายังไม่สามารถที่จะอธิบายถึงสาเหตุที่มาของการมี stationary states ได้ !?!?

2) ประจุที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่งจะปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งทำให้เกิดการศูนย์เสียพลังงาน ดังนั้น อิเล็กตรอนควรจะวิ่งวนเข้าหานิวเคลียส



Wave Properties of Particles

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

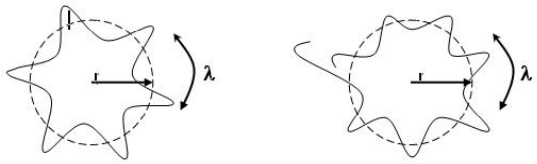
เดอ บรอยล์ อธิบายว่า *อิเล็กตรอนในวงรอบอะตอมจัดตัวเองเป็นคลื่นนิ่งโดยมีเส้นรอบวงเป็นจำนวนเท่าของความยาวคลื่นพอดี* ปรากฏว่าได้ผลคล้ายของ Bohr ดังนี้

$$2\pi r = n\lambda$$

$$2\pi r = n\left(\frac{h}{mv}\right)$$

$$mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

$$\boxed{mvr = n\bar{h}} \qquad \bar{h} = \frac{h}{2\pi}$$



- การที่อิเล็กตรอนในอะตอมของไฮโดรเจนวิ่งวนรอบนิวเคลียสได้โดยไม่แผ่พลังงานนั้น เนื่องมาจาก *อิเล็กตรอนเป็นคลื่น*
- ด้วยเหตุที่อิเล็กตรอนอยู่ในภาวะที่มีพลังงานคงที่ในวงโคจรพิเศษหนึ่งๆ ดังนั้นคลื่นอิเล็กตรอนในวงโคจรนั้นๆ ควรเป็น*คลื่นนิ่ง* โดยมีเส้นรอบวงของแต่ละวงโคจรเป็นจำนวนเต็มของความยาวคลื่น

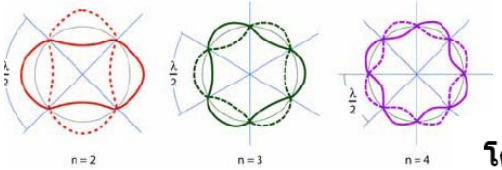
$quantum\ number\ ,\quad n = 1,2,3,\ldots$

Wave Properties of Particles

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

กลับไปที่ Bohr's Atomic Model

ใช้คุณสมบัติความเป็นคลื่นของอิเล็กตรอนที่โคจรอยู่รอบนิวเคลียสในการอธิบาย stationary states



$$n\lambda = 2\pi r$$

r = รัศมีของวงโคจร

Prince Louis-Victor Pierre Raymond de Broglie

The Nobel Prize in Physics 1929

"for his discovery of the wave nature of electrons"

โดยมีเงื่อนไขคือความยาวคลื่นของอิเล็กตรอนต้องพอดีเพื่อให้เกิด "คลื่นนิ่ง" บนเส้นโคจรของมัน

$$n = \frac{2\pi r}{\lambda} = \frac{h}{\lambda}\cdot\frac{2\pi r}{h} \longrightarrow p = \frac{nh}{2\pi r}$$

"Quantization of momentum"

Wave Properties of Particles

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

ตัวอย่างที่ 1 : จงหาความยาวคลื่นของลูกบอลมวล 100 g วิ่งอยู่ที่อัตราเร็ว 100 m/s และ 10^{-26} m/s

แนวคิด

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

1) ลูกบอลมวล 100 g อัตราเร็ว 100 m/s

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

2) ลูกบอลมวล 100 g อัตราเร็ว 10^{-26} m/s

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

Wave Properties of Particles

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

ตัวอย่างที่ 2 : อิเล็กตรอนพลังงานจลน์ 100 eV จะมีความยาวคลื่นตามสมติฐานของเดอบรอยล์เท่าใด

แนวคิด อิเล็กตรอนพลังงานจลน์ 100 eV $= 100\,\text{eV} \text{x} \left(\frac{1.602\text{x}10^{-19}\,\text{J}}{1\text{eV}} \right) = 1.602\text{x}10^{-17}\,\text{J}$

พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน $\text{KE} = \frac{1}{2}\text{mv}^2$

โมเมนตัมของอิเล็กตรอน $\text{p} = \text{mv} \rightarrow \text{p} = \sqrt{2\text{mKE}}$

$\text{p} =$

$\lambda = \frac{\text{h}}{\text{p}} =$

$\lambda = 1.226\ \text{Å}$

Wave Properties of Particles

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

หลักความ ไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์ก (Heisenberg's uncertainty principle)

การอธิบายอนุภาคด้วยคลื่นสสาร ทำให้เกิดปัญหาหลายประการ

- การแทนอิเล็กตรอนด้วย กลุ่มคลื่น ซึ่งในการบอกตำแหน่งของอิเล็กตรอนในลักษณะกลุ่มคลื่นเป็นเรื่องยาก
- ในขณะที่ถ้าอิเล็กตรอนนั้นมีความเร็วมาก ความยาวคลื่นเดอบรอยล์ก็จะมีค่าน้อย กลุ่มคลื่นก็จะมีขนาดเล็กลง การบอกตำแหน่งก็จะแน่นอนขึ้น

Werner Heisenberg (1901-1976)

The Nobel Prize in Physics 1932

ในปี ค.ศ. 1927 ไฮเซนเบิร์ก (Werner Heisenberg) เสนอหลักความไม่แน่นอน (uncertainty principle) โดยมีใจความว่า

" เราไม่อาจทราบตำแหน่งและความเร็วของอนุภาคเล็กๆ ขณะเคลื่อนที่ ได้อย่างถูกต้องแน่นอนทั้งสองอย่างในเวลาเดียวกัน"

Wave Properties of Particles

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

หลักความ ไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์ก (Heisenberg's uncertainty principle)

กล่าวว่า *ผลคูณระหว่างค่าความไม่แน่นอนของตำแหน่งของอนุภาคอิสระและค่าความไม่แน่นอนของโมเมนตัม จะมีค่าไม่น้อยกว่าค่าคงที่ค่าหนึ่ง คือ* $\text{h}/2\pi$ *เสมอ*

$$\Delta\text{x} \cdot \Delta\text{p} \geq \hbar$$

Δx คือ ความไม่แน่นอนของตำแหน่ง

Δp คือ ความไม่แน่นอนของโมเมนตัม

พิจารณาในแต่ละแนวแกน x,y,z

$$\hbar = \frac{\text{h}}{2\pi} = 1.05457168(18)\text{x}10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}$$

$$\Delta\text{x} \cdot \Delta\text{p}_\text{x} \geq \frac{\text{h}}{2\pi} \qquad \Delta\text{y} \cdot \Delta\text{p}_\text{y} \geq \frac{\text{h}}{2\pi} \qquad \Delta\text{z} \cdot \Delta\text{p}_\text{z} \geq \frac{\text{h}}{2\pi}$$

ทำนองเดียวกันในการวัดพลังงานและเวลาพร้อมกันนั้นพบว่ามีค่าความไม่แน่นอนเป็น $(\Delta\text{E})(\Delta\text{t}) \geq \hbar$

สมการนี้ใช้ได้ทั้งวัตถุที่ต้องการศึกษาตลอดจนไปถึงโฟตอน

Wave Properties of Particles

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

ตัวอย่างที่ 3 รถยนต์คันหนึ่งมวล 1,000 kg เคลื่อนที่มาด้วยอัตราเร็ว 1 m/s มีความไม่แน่นอนเกี่ยวกับอัตราเร็ว Δv = 0.1 m/s (10% ของอัตราเร็ว) ความไม่แน่นอนของตำแหน่งของรถยนต์จะเป็นเท่าใด

แนวคิด $\Delta\text{p} = \text{m}\Delta\text{v} = (1000\ \text{kg})(0.1\ \text{m/s}) = 100\ \text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}$

$$(\Delta\text{x})\ (\Delta\text{p}) \geq \hbar \Rightarrow \Delta\text{x} \geq \frac{\hbar}{\Delta\text{p}}$$

$$\Delta\text{x} \geq 1.055\text{x}10^{-36}\ \text{m}$$

ความไม่แน่นอนเกี่ยวกับตำแหน่งของรถยนต์มีค่าน้อยมากจนไม่สามารถวัดได้ เนื่องจากเราไม่มีเครื่องมือใดๆ ที่จะวัดตำแหน่งได้ละเอียดขนาดนั้น ดังนั้น สำหรับวัตถุขนาดใหญ่ หลักความไม่แน่นอนจะไม่มีผลแต่อย่างใด

Wave Properties of Particles

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

ตัวอย่างที่ 4 electron มีพลังงานจลน์ 12 eV สมมุติว่ากำลังเคลื่อนที่ไปตามแกน x และวัดอัตราเร็วของมันด้วยความแม่นยำ 0.5% จงหาค่าน้อยสุดของความไม่แน่นอน ที่จะวัดตำแหน่งของ electron ตามแกน x

แนวคิด Electron พลังงานจลน์ 12 eV $= 12\,\text{eV} \times \left(\frac{1.602\times10^{-19}\,\text{J}}{1\text{eV}}\right) = 1.922\times10^{-18}\,\text{J}$

พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน ; $K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2KE}{m}}$

ความเร็วของอิเล็กตรอน ; $v = \sqrt{\frac{2KE}{m}} =$

$p_x = mv_x =$ $= 1.871\times10^{-24}\,\text{kg.m/s}$

Wave Properties of Particles

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

ตัวอย่างที่ 4 (ต่อ)

แนวคิด $p_x = 1.87\times10^{-24}\,\text{kg.m/s}$

วัดอัตราเร็วของมันด้วยความแม่นยำ 0.5%

ความไม่แน่นอนการวัดโมเมนตัมตามแกน x มีค่า 0.5%

$\Delta p_x = (0.005)(1.87\times10^{-24}\,\text{kg.m/s}) \rightarrow$ = 9.35×10^{-27} kg.m/s

ความไม่แน่นอนการวัดตำแหน่ง $\Delta x = \frac{\hbar}{\Delta p_x} =$ $= 1.13\times10^{-8}\,\text{m}$

$(\Delta x)\,(\Delta p) \geq \bar{h}$

ความไม่แน่นอนเกี่ยวกับตำแหน่งของอิเล็กตรอนมีค่าประมาณขนาดของอะตอม
ดังนั้นหลักความไม่แน่นอนมีความสำคัญเกี่ยวกับปัญหาในระดับอะตอมและอนุภาค

บทสรุป

คุณสมบัติเชิงคลื่นของอนุภาค

โมเมนตัมของแสง (photon)

แสงความยาวคลื่น λ จะมี

โมเมนตัม p; $p = \frac{h}{\lambda} = mc$

สมมติฐานของเดอบรอยล์

วัตถุมวล m มีความเร็ว v จะมีความยาว

คลื่นสสาร λ; $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$

ทวิภาพของเดอบรอยล์

"คลื่นแสดงสมบัติของอนุภาคได้ และอนุภาคก็แสดงสมบัติของคลื่นได้"

$p = \frac{h}{\lambda} = mv$

$\lambda = \frac{h}{mv}$

P = โมเมนตัมของโฟตอน

m = มวลอนุภาค

V = ความเร็วอนุภาค

λ = ความยาวคลื่น

เราพิสูจน์แล้วว่า "อนุภาค" มีสมบัติความเป็น "คลื่น" เช่นกัน

Wave properties of Particles

หลักความ ไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์ก

$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$

$(\Delta E)(\Delta t) \geq \hbar$

$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05457168(18)\times10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$

PHYS3408 Modern Physics

ฟิสิกส์แผนใหม่

สอบกลางภาค

Mid-Term Examination

วันศุกร์ที่ 19 สิงหาคม 2554

เวลา 9:00 - 11:00 น.

ห้อง 2883

เนื้อหาที่ใช้สอบ

Special Relativity
Blackbody Radiation
Particle Properties of Waves
Wave Properties of Particles

ข้อสอบ

ปรนัย(4 ตัวเลือก) 20 ข้อ

อัตนัย(คำนวณ/บรรยาย) 5 ข้อ